Módulo 5

Inequações – Inequação do 1º grau; Sistema de inequações; Inequações simultâneas; Inequação-produto; Inequação-quociente; Função quadrática I

Atividades para sala

01 **B**

Observe que, a cada lata de cerveja bebida, a quantidade de álcool que vai para a corrente sanguínea é: $16 \cdot 0{,}14 \cdot 0{,}8 = 1{,}792$ g. Para não ser processado criminalmente, um motorista poderá ingerir um número **k** de latas tal que $\frac{k \cdot 1{,}792}{7} < 0{,}6$, ou seja, $k < 2{,}34$. Logo, poderá ingerir no máximo duas latas de cerveja. Lembrando que, mesmo não caracterizando crime, qualquer concentração de álcool por litro de sangue encontrada no organismo de um condutor irá configurar infração de trânsito gravíssima, de acordo com resolução do Conselho Nacional de Trânsito (Contran), que instituiu os procedimentos de fiscalização da chamada Lei Seca, tratada no texto da questão.

02 **C**

Para que o número de internações gere um custo médio diário por animal inferior a 50 reais, deve-se considerar $C(n) < 50$. Assim,

$$\frac{10n + 600}{n} < 50 \Leftrightarrow 50n > 10n + 600 \Leftrightarrow 40n > 600 \Leftrightarrow n > 15.$$

Logo, $n_{min.} = 16$.

03 **A**

Como as massas de Paulo e João são iguais, tem-se que:

- O consumo de oxigênio de Paulo, em mL/kg, em função de **t**, é:
  $35 \cdot 75 + t \cdot 65 = 2\,625 + 65t$ (I)
- O consumo de oxigênio de João, em mL/kg, em função de **t**, é:
  $30 \cdot 65 + t \cdot 80 = 1\,950 + 80t$ (II)

Como se quer que João não consuma mais oxigênio que Paulo, de (I) e (II), deve-se ter:

$$1\,950 + 80t \le 2\,625 + 65t$$
$$15t \le 675$$
$$t \le 45$$

Assim, o valor máximo de **t** é 45.

04 **E**

Analisando a função:

$R(x) = k \cdot x \cdot (P - x)$

$R(x) = k \cdot x \cdot P - k \cdot x^2$

$R(x) = -kx^2 + kPx$, uma função do 2º grau que passa pela origem, pois não possui coeficiente independente, e que possui concavidade voltada para baixo, já que $a < 0$.

05 **B**

Sendo $P = 44\,000 \Rightarrow R(x) = -k \cdot x^2 + kx \cdot 44\,000$

$R(x)_{máximo} = x_v$ (valor que torna R(x) máximo).

$$x_v = \frac{-\cancel{k} \cdot 44\,000}{2\,(-\cancel{k})} \Rightarrow x_v = 22\,000 \text{ pessoas.}$$

06 **D**

$P = R \cdot i^2$

$P = k \cdot E$

$$k \cdot E = R \cdot i^2 \Rightarrow E = \frac{R \cdot i^2}{k}$$

Como R e **k** são constantes reais, tem-se uma função do segundo grau na variável **i**. Portanto, o melhor gráfico para representar a relação pedida é o da alternativa D.

Atividades propostas

01 **C**

Custo por km:

$$\begin{cases} \text{Ao utilizar álcool: } \dfrac{x}{8} \text{ reais.} \\ \text{Ao utilizar gasolina: } \dfrac{y}{12} \text{ reais.} \end{cases}$$

Será mais vantajoso o uso da gasolina quando $\frac{y}{12} < \frac{x}{8}$. Assim:

$$\frac{y}{x} < \frac{12}{8} \Leftrightarrow \frac{y}{x} < 1{,}5.$$

02 **E**

Já que o cliente só utiliza serviços diurnos, a empresa I será mais vantajosa se

$32 + 0{,}60D < 18 + 0{,}80D$

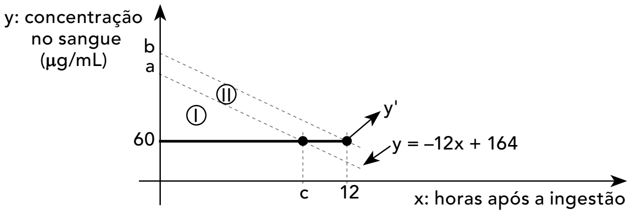
$32 - 18 < 0{,}80D - 0{,}60D$

$14 < 0{,}20D$

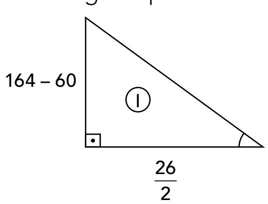
$D > \frac{14}{0{,}20}$

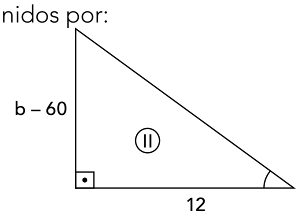
$D > 70$

03 **E**



- **Primeira resolução:**
Na função y = –12x + 164, quando x = 0, y = 164. Dessa maneira, no gráfico, a = 164.
Tem-se que descobrir a função (linear) que delimita o risco de hepatotoxicidade (**y'**).
Essa função é linear e possui o ponto (12, 60). O valor de **c** pode ser obtido com o ponto (c, 60) da função y = –12x + 164.
Cálculo do valor de **c**:
Para y = 60 $\Rightarrow$ –12x + 164 = 60 $\Rightarrow$ $x = \frac{26}{3}$. Assim, os triângulos podem ser definidos por:





$$\frac{104}{b-60} = \frac{\frac{26}{3}}{12} \Rightarrow (b-60)\frac{\cancel{26}^{1}}{3} = \cancel{104}^{4} \cdot 12$$

$$b - 60 = 4 \cdot 12 \cdot 3 \Rightarrow b = 204.$$

Logo, a outra função é definida por y' = –12x + 204.
Para o paciente não correr risco quase certo de ter hepatotoxicidade, ele deve estar na faixa rosa. Assim, –12x + 164 < y < –12x + 204.

- **Segunda resolução:**
As retas paralelas formam o mesmo ângulo com o eixo x, daí conclui-se que elas têm o mesmo coeficiente angular (no caso, –12). Assim, a outra reta tem equação da forma y = –12x + b e passa no ponto (12, 60), ou seja, b = 204. Com isso, a faixa desejada tem os pontos (**x**, **y**) tais que –12x + 164 < y < –12x + 204.

04 **B**

Se $-1 < f(x) \leq 4$ e $g(x) = 1 + f(x)$, então:

I. $-1 < f(x) \leq 4 \Rightarrow -1 + 1 < \underbrace{f(x) + 1}_{g(x)} \leq 4 + 1 \Rightarrow$

$0 < g(x) \leq 5$

II. g(x) = {1, 2, 3, 4, 5}, cuja soma é 15.

05 **E**

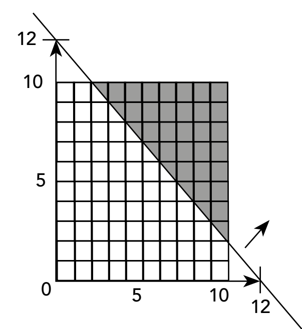
Fazendo fórmula nova > fórmula tradicional:

$$208 - 0{,}7X > 220 - X$$
$$X - 0{,}7X > 220 - 208$$
$$X > \frac{12}{0{,}3} > 40$$

Ou seja, para idades acima de 40 anos, os valores obtidos com a fórmula nova serão sempre maiores que os obtidos com a fórmula tradicional.

06 **E**

As notas **x** e **y** obtidas pelos alunos nas duas provas devem ser tais que $\frac{x+y}{2} \geq 6$, ou seja, x + y ≥ 12. Os pontos do plano cujas coordenadas satisfazem a equação x + y = 12 pertencem à reta que corta os eixos nos pontos (0, 12) e (12, 0). Os que satisfazem a desigualdade correspondem ao semipleno determinado por esta reta que não contém a origem. A região pedida é a interseção desse semipleno com o quadrado formado pelas notas possíveis (ou seja, satisfazendo às condições 0 ≤ x ≤ 10 e 0 ≤ y ≤ 10).



07 **C**

Na quinzena **x**, P(x) = M(x). Assim:

$-0{,}006x^2 + 0{,}8x + 14 = 0{,}004x^2 + 0{,}9x + 8$

$0{,}01x^2 + 0{,}1x - 6 = 0 \cdot (100) \Rightarrow$

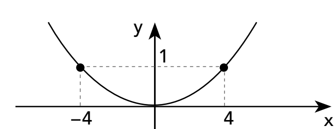
$x^2 + 10x - 600 = 0$

$\Delta = 10^2 - 4 \cdot 1\,(-600)$

$\Delta = 100 + 2\,400 = 2\,500$

$$x = \frac{-10 \pm 50}{2} \begin{cases} 20 \\ \cancel{-30} \text{ (não convém)} \end{cases}$$

08 **B**



A função é definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Para o ponto (0, 0), tem-se: $0 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \Rightarrow c = 0$

Para o ponto (4, 1), tem-se: $1 = a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c$

I. 16a + 4b = 1

Para o ponto (–4, 1), tem-se: $1 = a \cdot (-4)^2 + b \cdot (-4) + c$

II. $16a - 4b = 1$

Fazendo I + II $\Rightarrow 16a + 4b + 16a - 4b = 2 \Rightarrow 32a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{16}$

Substituindo o valor encontrado para **a** na equação I, conclui-se que $b = 1 - 16\left(\frac{1}{16}\right) \Rightarrow b = 0$.

Assim, a função é definida por $f(x) = \frac{1}{16}x^2$.

As coordenadas que passam pela função $f(x) = \frac{1}{16}x^2$ são $\left(2, \frac{1}{4}\right)$.

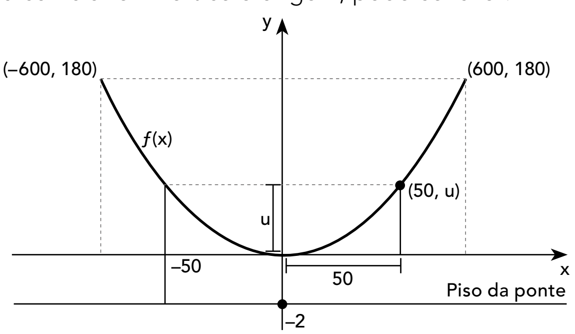
09 **E**

$A = \frac{\sqrt{3} \cdot \ell^{2}}{4}$ (Função do 2º grau)

Se L = 2, então $A = \frac{\sqrt{3} \cdot 2^2}{4} \Rightarrow A = \frac{\sqrt{3} \cdot \cancel{4}}{\cancel{4}} = \sqrt{3}$. Ponto $(2, \sqrt{3})$

10 **C**

Considerando o sistema XOY de coordenadas cartesianas e transpondo a situação para esse sistema de modo a coincidirem vértice e origem, pode-se fazer:



$f(x) = ax^2$ e $f(600) = 180 \Rightarrow a = \frac{1}{2000}$

Se $f(50) = u$, então u = 1,25.

Logo, a medida de cada uma dessas hastes será:

1,25 + 2,00 = 3,25

11 **E**

Seja x o número de lugares vagos e 15 – x o número de lugares ocupados, então o valor arrecadado é:

$V(x) = (15 - x) \cdot 60 + (15 - x) \cdot 2x = 900 - 30x - 2x^2$

12 **E**

As abcissas dos pontos de interseção dos gráficos de **f** e **g** correspondem às raízes da equação $f(x) = g(x)$. Logo,

$x^2 - x + 2 = x + 5 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow$

$x = -1$ ou $x = 3$.

Portanto, a resposta é $f(-1) + f(3) = -1 + 5 + 3 + 5 = 12$.