Resoluções

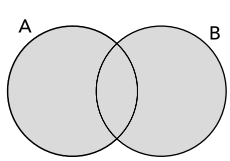
Capítulo 1

Teoria dos Conjuntos I

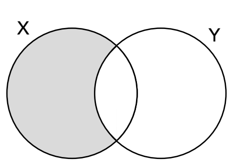
ATIVIDADES PARA SALA

01 a) {8, 9, 10, 11, 12, 13, 14}
b) {–6, –5, –4, –3}
c) {..., –2, –1, 1, 2, 3, 4}
d) {7, 8, 9,...}
e) {1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30}

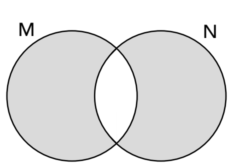
02 a)



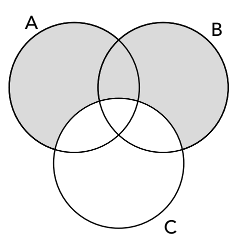
b)



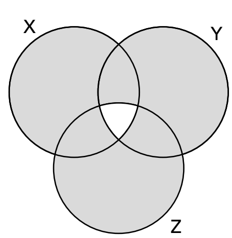
c)



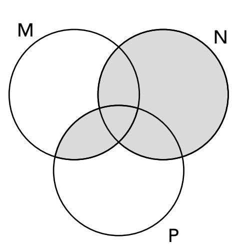
d)



e)



f)



03 A = {1, 3, 5, 7, 9, 11}
B = {0, 1, 2, 3, 4, 5}
C = {–2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

a) $A \cup B$ = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11}

b) $B \cup C$ = {–2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

c) $A \cup B \cup C$ = {–2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 11}

d) $B \cap A$ = {1, 3, 5}

e) $(A \cup C) \cap (A \cup B)$ = {–2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 11} $\cap$ {0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11} = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11}

f) $(A – B) \cup (B – A)$ = {7, 9, 11} $\cup$ {0, 2, 4} = {0, 2, 4, 7, 9, 11}

g) $(C – A) – (A \cap C)$ = {–2, –1, 0, 2, 4, 6} – {1, 3, 5, 7} =

= {–2, –1, 0, 2, 4, 6}

h) $(B – C) \cup (C – A) \cup (A \cap B)$ = { } ou $\varnothing \cup$ {–2, –1, 0, 2, 4, 6} $\cup$ {1, 3, 5} = {–2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}

i) $(A \cup B) \cap (A \cup C) \cap (A – C)$ = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11} $\cap$ {–2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 11} $\cap$ {9, 11} = {9, 11}

j) $(A \Delta B) \cup (B \Delta C)$

$A \Delta B = (A – B) \cup (B – A)$ = {7, 9, 11} $\cup$ {0, 2, 4} = {0, 2, 4, 7, 9, 11}

$B \Delta C = (B – C) \cup (C – B)$ = { } $\cup$ {–2, –1, 6, 7} = {–2, –1, 6, 7}

$(A \Delta B) \cup (B \Delta C)$ = {–2, –1, 0, 2, 4, 6, 7, 9, 11}

04 a) $\complement_U^A = U – A$ = {0, 5, 6, 7, 8, 9} e $\complement_U^B = U – B$ = {0, 1, 2, 8, 9}

$\complement_U^A \cup \complement_U^B$ = {0, 1, 2, 5, 6, 7, 8, 9}

b) $A \cap B$ = {3, 4}, então $\complement_U^{(A \cap B)} = U – (A \cap B)$ = {0, 1, 2, 5, 6, 7, 8, 9}

Observação: $\complement_U^A \cup \complement_U^B = \complement_U^{(A \cap B)}$

05 A tem 8 subconjuntos $\Rightarrow n(A) = 3$
B tem 14 subconjuntos próprios $\Rightarrow 14 + 2 = 16 \Rightarrow$
$2^{n(B)} = 2^4 \Rightarrow n(B) = 4$
No máximo, $n(A \cap B) = 3$.

06 Inicialmente, o conjunto possuía 7 elementos, logo seu número de subconjuntos era 2^7. Como houve um acréscimo de 384 subconjuntos, o novo número de subconjuntos pode ser representado pela seguinte expressão:

$2^n = 2^7 + 384$

$2^n = 128 + 384 = 512$

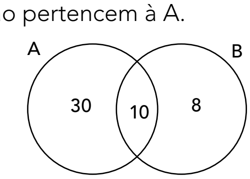
Desse modo, o número de elementos desse subconjunto é:

$2^n = 512 = 2^9$

$n = 9$

07 **A**

O conjunto B – A representa os elementos que pertencem à B, mas que não pertencem à A.



Logo, $n(B – A) = 8$.

ATIVIDADES PROPOSTAS

01 $A = \{1, 2, 3, 4\}$

$B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

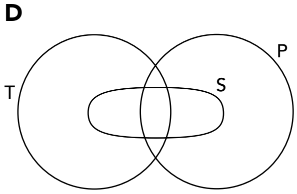
Conjunto dos elementos comuns = $\{2, 3, 4\} \Rightarrow 3$ elementos.

02 **F, V, V, V, F, V, F, F**

$A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $X = \{\varnothing, 2, \{3\}\}$

(F) Pois $\varnothing$ é um subconjunto de A.
(V) Pois $\varnothing$ é um elemento do conjunto X.
(V) Pois 2 é um elemento do conjunto A.
(V) Pois 2 é um elemento do conjunto X.
(F) Pois $\{3\}$ é um subconjunto de A.
(V) Pois $\{3\}$ é um elemento do conjunto X.
(F) Pois $n(A) = 4 \neq 3 = n(X)$.
(F) Pois $A \neq X$.

03 **D**



04 **E**

$A = \{\varnothing, 3\ \{3\}, \{2, 3\}\}$

a) (F) $\{2, 3\} \in A$
b) (F) $2 \notin A$
c) (F) $\varnothing \in A$
d) (F) $3 \in A$
e) (V) $\{3\} \in A$, pois é um elemento de A.

05 **A**

Se $X \cup Y = Y \Rightarrow X \subset Y$

06 **C**

I. (F) Pois $\varnothing \subset U$ e $n(U) = 10$
II. (V) Pois $\varnothing \subset U$ e $n(U) = 10$
III. (V) Pois $5 \in U$ e $\{5\} \subset U$
IV. (F) Pois $\{0, 1, 2, 5\} \cap \{5\} = \{5\}$

07 $K = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 50, 75, 150\}$

$L = \{0, 10, 20, 30, ...\}$

Elementos de K que não pertencem a L:

$K - L = \{1, 2, 3, 5, 6, 15, 25, 75\}$.

08 **A**

$A = \{6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

$B = \{6, 8, 12, 16\}$

$C = \{10, 15, 20\}$

$(A - B) \cap C = \{10, 14, 18, 20\} \cap \{10, 15, 20\} = \{10, 20\}$

09 **E**

$2^4 = 16$

10 $8190 + 2 = 8192$ subconjuntos $\Rightarrow 8192 = 2^{13} \therefore$ K possui 13 elementos.

11 **C**

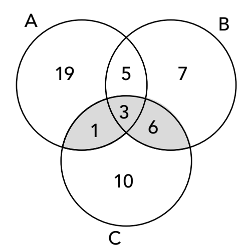
- Tal conjunto será tomado como conjunto A.
  $A = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35\}$
- Deve-se subtrair dos subconjuntos o conjunto vazio.
  Logo: $n = n(P(A)) = 2^7 - 1 = 128 - 1 = 127$

12 a) $n(P(P(P(A)))) = 2^{n(P(P(A)))} = 2^2 = 4$

b) $n(P(P(P(P(A))))) = 2^{n(P(P(P(A))))} = 2^4 = 16$

13 **B**

A partir do enunciado da questão, colocam-se as informações no diagrama:



$n((A \cup B) \cap C) = 10$

14 a) $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 11 - 6 = 5$

b) $n(U) - n(A) \Rightarrow n(\overline{A}) = 15$

c) $n(\overline{B}) = n(U) - n(B) = 35 - 11 = 24$

d) $n(\overline{A \cap B}) = n(U) - n(A \cap B) = 35 - 6 = 29$

e) $n(\overline{A - B}) = n(U) - n(A - B) = 35 - 14 = 21$

f) $n(\overline{A} \cap \overline{B}) = n(\overline{A \cup B}) = n(U) - n(\overline{A \cup B}) = 35 - 25 = 10$