



Módulo 7 Juros simples e compostos

Atividades para sala

01 D

$$300 = 1200 \cdot i \cdot 1, \text{ ou seja, } i = 25\%$$

02 C

Sabendo que o valor das parcelas no plano II é de x reais, e supondo que $3x$ seja o preço de tabela da mercadoria, o valor pago no plano I é igual a $3x \cdot 0,85 = 2,55x$. Os juros mensais pagos no plano III correspondem a $3x \cdot 0,02 = 0,06x$ e, dessa forma, o valor pago pela mercadoria no plano III é dado por $3x + 6 \cdot 0,06x = 3,36x$. Portanto, a diferença entre o valor pago pela mercadoria nos planos I e III é de $3,36x - 2,55x = 0,81x$ reais.

03 C

1ª opção de pagamento: desconto de 10% à vista, ou seja, $x - 10\%x = 0,9x$.

Esse é o preço do produto para quem opta por pagar à vista.

2ª opção: entrada: $\frac{x}{2} = 0,5x$; com 30 dias: $\frac{x}{2} = 0,5x$

Com a entrada de $0,5x$, falta $0,4x$ para completar o pagamento à vista. Portanto, ao pagar $0,5x$ com 30 dias, estão embutidos juros sobre a diferença, ou seja: $0,5x - 0,4x = 0,1x$.

Então $0,1x$, em relação a $0,4x$, equivale a $\frac{1}{4}$ ou 25%.

04 B

Calculando o montante obtido a partir dessa aplicação no banco (primeira opção), $M = 1000(1 + 0,08)^6 = 1590$.

Portanto, a segunda opção é mais vantajosa, pois dará um ganho de R\$ 10,00 em relação à primeira.

05 E

Após t anos, os montantes de João e Pedro serão $10000(1 + 0,2)^t$ e $5000(1 + 0,68)^t$, respectivamente. Desse modo, igualando as duas equações, tem-se

$$10000(1 + 0,2)^t = 5000(1 + 0,68)^t \Rightarrow$$

$$10000 \cdot 1,2^t = 5000 \cdot 1,68^t \Rightarrow \frac{1,68^t}{1,2^t} = 2 \Rightarrow 1,4^t = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log 1,4^t = \log 2 \Rightarrow t = \frac{\log 2}{\log 1,4} \Rightarrow t = \frac{\log 2}{\log \frac{14}{10}}$$

$$\Rightarrow t = \frac{\log 2}{\log 14 - \log 10} \Rightarrow t = \frac{\log 2}{\log 2 - \log 7 - \log 10}$$

$$= \frac{0,30}{0,30 + 0,85 - 1} = 2 \text{ anos} = 24 \text{ meses.}$$

06 E

Sabe-se que $M = C \cdot (1 + i)^n$. Quando o capital inicial estiver duplicado, M será igual a $2C$. Substituindo, tem-se:

$$2C = C \cdot (1 + 0,02)^n$$

Simplificando, fica: $2 = 1,02^n$, que é uma equação exponencial com bases diferentes. Dessa forma, será necessário usar logaritmos para resolver a equação.

Tem-se, então:

$$\log 2 = \log 1,02^n \Rightarrow n = \frac{\log 2}{\log 1,02} \Rightarrow \frac{\log 2}{\log 1,02} = \frac{0,30103}{0,00860} \cong 35$$

07 C

$$C + 5J = 74825$$

$$C + 8J = 75920$$

Pode-se observar que a diferença entre as equações é dada por:

$$3J = 1095$$

$$J = 365$$

$$C + 5J = 74825 \Rightarrow C + 5 \cdot 365 = 74825 \Rightarrow$$

$$C + 1825 = 74825 \Rightarrow C = 74825 - 1825 \Rightarrow C = 73000$$

$$C = 73000$$

$$t = 1 \text{ mês}$$

$$J = 365$$

$$i = ?$$

$$J = \frac{C \cdot i \cdot t}{100} \Rightarrow 365 = \frac{73000 \cdot i \cdot 1}{100} \Rightarrow i$$

$$i = \frac{365}{730} = 0,5\% \text{ a.m.}$$

$$0,5\% \cdot 12 = 6\% \text{ ao ano}$$

08 D

Sabe-se que o total de juros pagos foi igual a um quinto do capital emprestado. Dessa forma:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$\frac{C}{5} = C \cdot i \cdot 8$$

$$i = \frac{1}{40} = 0,025 = 2,5\%$$

09 D

$$M = C \cdot (1 + i)^t$$

$$M = 20000 \cdot (1 + 0,045)^8$$

$$M = 20000 \cdot (1,045)^8 = 20000 \cdot 1,42 = 28400$$

Portanto, só de juros, Pedro deverá pagar R\$ 8400,00.



Atividades propostas

01 A

Considere x o preço inicial da mercadoria, portanto $x \cdot (0,9)^2 - 100 = 710 \Rightarrow x = \text{R\$ } 1000,00$.

02 D

Sendo $C = 20000$, $M = 24800$ e $t = 24$ dias, tem-se que os juros serão dados por: $J = 24800 - 20000 = 4800$.

Como $J = C \cdot i \cdot t$, ou seja, $4800 = 20000 \cdot i \cdot 24 \Rightarrow$

$$i = \frac{4800}{480000} = 1\% \text{ ao dia}$$

Porém, 1% ao dia corresponde a 360% ao ano.

03 D

$J = C \cdot i \cdot t$, o que equivale a $4,2 = 70 \cdot i \cdot 1$

Logo, $i = 6\%$ ao mês.

04 A

Valor a prazo $\Rightarrow 2x$ (cada parcela igual a x)

Valor à vista $\Rightarrow 0,75 \cdot 2x = 1,5x$

Se a pessoa pagasse x na primeira parcela, a segunda parcela seria de $0,5x$ (sem juros), mas o valor da segunda parcela é x . Portanto, essa loja aplica, nas vendas a prazo, juros mensais de taxa igual a 100%.

05 B

De acordo com o enunciado, na primeira situação os juros serão $11600 - C$ e, na segunda, os juros serão $12000 - C$. Dessa forma:

$$100(11600 - C) = C \cdot 2 \cdot 8 \Rightarrow 1160000 - 100C = 16C \Rightarrow 116C = 1160000 \Rightarrow C = 10000$$

$$100(12000 - C) = C \cdot i \cdot 8 \Rightarrow 100(12000 - 10000) = 10000 \cdot i \cdot 8 \Rightarrow 200000 = 80000i \Rightarrow i = 2,5\%$$

06 E

João possui as seguintes dívidas:

- I. Cheque especial: 12 parcelas de R\$150, ou seja, R\$1800. Caso quite imediatamente essa dívida, pagará 10 parcelas de R\$150, ou seja, R\$1500.
- II. Cartão de crédito: 5 parcelas de R\$80, ou seja, R\$400. Caso quite imediatamente essa dívida, terá 25% de desconto, pagando R\$300.

Analisando as alternativas, tem-se que:

- a) renegociando as dívidas, João pagará 18 parcelas de 125 reais, ou seja, um total de R\$2250,00.
- b) quitando ambas as dívidas, pagará 1800 reais (1500 reais do cheque mais 300 reais do cartão), porém, com juros de 25%, ou seja, um total de R\$2250,00.
- c) pagando nos devidos prazos, pagará 1800 reais do cheque especial mais 400 reais do cartão, ou seja, R\$2200,00.

d) quitando apenas o cheque especial, pagará 1500 reais com juros de 25% (empréstimo de José), ou seja, 1875 reais, mais 400 reais referentes às parcelas do cartão de crédito, ou seja, um total de R\$2275,00.

e) quitando apenas o cartão de crédito, pagará 300 reais com juros de 25% (empréstimo de José), ou seja, 375 reais, mais 1800 reais referente às parcelas do cheque especial, ou seja, um total de R\$2175,00.

Portanto, João terá o menor gasto se optar pela solução da alternativa E.

07 E

Se Peter escolher a 1ª opção, terá que pagar ao banco

$$M = C \cdot (1 + i)^t = 10500 \cdot 1,02^{20} = 15645.$$

Já se ele escolher a 2ª opção, terá que pagar a Raimundo

$$M = 10500 \cdot 1,05 = 11025.$$

Portanto, ele terá uma economia de $12000 - 11025 = 975$ reais ao final do pagamento ao amigo.

08 C

$$M = C(1 + i)^t$$

$$M = 8500(1 + 0,025)^{40} = 8500 \cdot 1,025^{40} = 8500 \cdot 2,685$$

$$M = 22822,50$$

09 A

Sendo i a taxa anual dessa aplicação no regime de capitalização composta, tem-se: $518400 = 250000 \cdot (1 + i)^2 \Rightarrow i = 0,44 = 44\%$

10 E

O valor inicial, em reais, aplicado no regime de juro composto é $2400 \cdot \frac{2}{3} = 1600$.

Assim, o montante acumulado por essa aplicação é dado por:

$$M = 1600 \cdot (1 + 0,03)^2 = 1697,44$$

Dessa forma, o juro arrecadado, em reais, foi:

$$1697,44 - 1600 = 97,44$$

O valor inicial, em reais, aplicado no regime de juro simples é: $2400 - 1600 = 800$. Sendo assim, o juro arrecadado, em reais, foi de $0,03 \cdot 2 \cdot 800 = 48$. Logo, o total, em reais, ao fim do prazo, foi $97,44 + 48 = 145,44$.

11 B

$$C = \text{R\$ } 600,00$$

$$i = 4\% = 0,04$$

$$t = 12 \text{ meses}$$

$$M = C \cdot (1 + i)^n \Rightarrow M = 600 \cdot (1 + 0,04)^{12}$$

$$M = 600 \cdot (1,04)^{12} \Rightarrow M = 600 \cdot 1,60$$

$$M = \text{R\$ } 960,00$$

12 B

De acordo com o enunciado, o preço da cesta básica diminui 3%, ou seja, fica 97% (ou 0,97) do que era. Dessa forma, se, ao final do primeiro mês, caiu para R\$97,00, ela custava, originalmente, R\$100,00. Portanto, a expressão que representa a queda em 12 meses será dada por $100 \cdot (0,97)^{12}$, o que mostra como os conteúdos de porcentagem e juros compostos se sobrepõem.

13 D

Considerando a data da compra como data focal, segue que o valor atual dos pagamentos é de:

- R\$ 55 000,00 à vista na opção 1;
- $30000 + \frac{26000}{1,1} \cong \text{R\$} 53636,36$ na opção 2;
- $20000 + \frac{20000}{1,1} + \frac{18000}{1,1^2} \cong \text{R\$} 53057,85$ na opção 3;
- $15000 + \frac{39000}{1,1^2} \cong \text{R\$} 47231,40$ na opção 4;
- $\frac{60000}{1,1^2} \cong \text{R\$} 49586,78$ na opção 5.

Portanto, a opção 4 é a que implica menor custo para Arthur.

14 B

- 1º mês:
Têm-se juros de 2% sobre o capital investido (R\$20000,00).
 $\text{Juros} = 20000 \cdot \frac{2}{100} = 400$, resultando em um montante no 1º mês de R\$20400,00.
- 2º mês:
Serão acrescidos 2% de juros sobre o montante do 1º mês.
 $\text{Juros} = 20400 \cdot \frac{2}{100} = 408$, resultando em um montante no 2º mês de R\$20808,00.
- 3º mês:
Serão acrescidos 2% de juros sobre o montante do 2º mês. $\text{Juros} = 20808 \cdot \frac{2}{100} = 416,16$, resultando em um montante de $20808 + 416,16 = 21224,16$; portanto, no 3º mês, têm-se os R\$21000,00 para comprar o carro e ainda restarão R\$224,16 ou, aproximadamente, R\$225,00.

15 D

Após o primeiro período, o montante C_1 é:

$$C_1 = C \cdot (1 - 0,2) = 0,8C$$

Após o segundo período, o montante C_2 é:

$$C_2 = 0,8C (1 + 0,1) = 0,88C$$

Após o terceiro período, o montante final é:

$$0,88C (1 + 0,1) = 0,968C$$

Desse modo, o montante final representa um prejuízo de 3,2%.

16 C

Preço à vista: 90% do preço de tabela.

Preço a prazo: 108% do preço de tabela.

Então, forma-se a seguinte proporção: $\frac{\text{Preço à vista}}{\text{Preço a prazo}} = \frac{90}{108}$

Substituindo, tem-se: $\frac{540,00}{\text{Preço a prazo}} = \frac{90}{108} \Rightarrow$

$$\text{Preço a prazo} = \frac{540,00 \cdot 108}{90} = 648,00$$

17 A

Juros depois do primeiro mês: 5% de R\$600,00 = R\$30,00.

Dívida depois do primeiro mês:

$$\text{R\$} 630,00 - \text{R\$} 330,00 = \text{R\$} 300,00$$

Juros do segundo mês: 2% de R\$300,00 = R\$6,00.

Portanto, o total de juros acumulados é de

$$\text{R\$} 6,00 + \text{R\$} 30,00 = \text{R\$} 36,00, \text{ o que representa } 6\% \text{ de } \text{R\$} 600,00.$$

18 A

Nas condições apresentadas, em cinco anos a inflação do país em questão será, aproximadamente, de $5\% \cdot (1 + 0,1)^5 \cong 8\%$.