

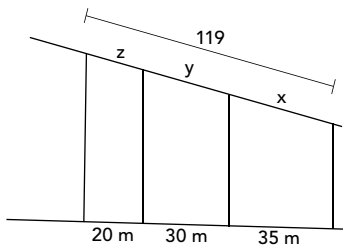
Resoluções

Capítulo 2

Teorema de Tales – Feixe de retas paralelas; Teorema de Tales; Teorema de Tales nos triângulos

Agora é com você

01 Aplicando a proporção, tem-se:



$$\frac{x}{119} = \frac{35}{85} \Rightarrow \frac{x}{119} = \frac{7}{17} \Rightarrow x = 49 \text{ m}$$

$$\frac{y}{119} = \frac{30}{85} \Rightarrow \frac{y}{119} = \frac{6}{17} \Rightarrow y = 42 \text{ m}$$

Observe:

$$z = 119 - (x + y) = 119 - (49 + 42) = 119 - 91 = 28 \text{ m}$$

02 Aplicando a proporção e observando que $a = b + 4$:

$$\frac{a}{b} = \frac{12}{8} \Rightarrow \frac{b+4}{b} = \frac{12}{8} \Rightarrow \frac{b+4}{b} = \frac{3}{2} \Rightarrow 3b = 2(b+4) \Rightarrow 3b = 2b + 8 \Rightarrow b = 8 \text{ e } a = 8 + 4 = 12$$

TESTANDO SEUS CONHECIMENTOS

01 Montando a proporção, tem-se:

$$\frac{4}{12} = \frac{2}{x+3} \Rightarrow x+3 = 6 \Rightarrow x = 3$$

(por razões equivalentes)

02 Montando a proporção, tem-se:

$$\frac{x}{4} = \frac{6}{12} \Rightarrow x = 2 \text{ (por razões equivalentes)}$$

$$\frac{x}{12} = \frac{5}{y} \Rightarrow y = 10 \text{ (por razões equivalentes)}$$

03 I. Montando a proporção, tem-se:

$$\frac{x}{28} = \frac{10}{14} \Rightarrow x = 20 \text{ (por razões equivalentes)}$$

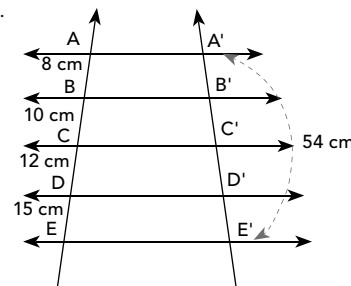
$$\frac{24}{10} = \frac{y}{15} \Rightarrow \frac{12}{5} = \frac{y}{15} \Rightarrow y = 36 \text{ (por razões equivalentes)}$$

II. Montando as proporções, tem-se:

$$a) \frac{3}{14} = \frac{x}{21} \Rightarrow 14x = 63 \therefore x = \frac{63}{14} = \frac{9}{2} \text{ ou } \frac{3}{11} = \frac{x}{21-x} \Rightarrow x = \frac{9}{2}$$

$$b) \frac{12}{x} = \frac{8}{18} \Rightarrow \frac{12}{x} = \frac{4}{9} \Rightarrow x = 27 \text{ (por razões equivalentes)}$$

III.



Deve-se determinar primeiro a medida do segmento \overline{AE} :

$$\overline{AE} = 8 + 10 + 12 + 15 = 45 \text{ cm}$$

Aplicando as proporções, tem-se:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'E'}}; \frac{\overline{BC}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{A'E'}}; \frac{\overline{CD}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{C'D'}}{\overline{A'E'}}$$

Substituindo, tem-se:

$$\frac{8}{45} = \frac{\overline{A'B'}}{54} \Rightarrow \frac{8}{5} = \frac{\overline{A'B'}}{6} \Rightarrow \overline{A'B'} = \frac{48}{5} = 9,6 \text{ cm}$$

$$\frac{10}{45} = \frac{\overline{B'C'}}{54} \Rightarrow \frac{10}{5} = \frac{\overline{B'C'}}{6} \Rightarrow \overline{B'C'} = \frac{60}{5} = 12 \text{ cm}$$

$$\frac{12}{45} = \frac{\overline{C'D'}}{54} \Rightarrow \frac{12}{5} = \frac{\overline{C'D'}}{6} \Rightarrow \overline{C'D'} = \frac{72}{5} = 14,4 \text{ cm}$$

Observe:

$$\overline{D'E'} = 54 - (\overline{A'B'} + \overline{B'C'} + \overline{C'D'}) = 54 - 36 = 18 \text{ cm}$$

04 Observe cada transversal antes de montar a proporção.

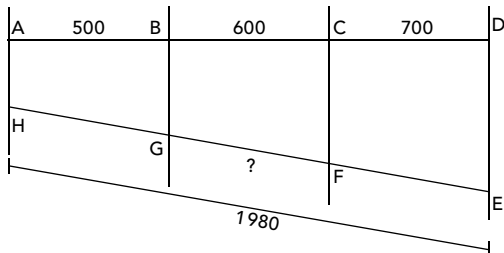
$$a) \frac{x}{x+4} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5x = 3(x+4) \Rightarrow 5x = 3x + 12 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6$$

b) $\overline{AB} = \overline{AM} + \overline{MB} = x + x + 6 = 2x + 6$. Montando a proporção, tem-se:

$$\times 2 \left(\frac{x}{x+6} = \frac{3}{6} \right) \times 2 \Rightarrow 2x = x + 6 \Rightarrow x = 6 \text{ (por razões equivalentes)}$$

$$\overline{AB} = 2x + 6 \Rightarrow \overline{AB} = 2 \cdot 6 + 6 = 18$$

05 B



Utilizando o Teorema de Tales, tem-se:

$$\frac{\overline{GF}}{1980} = \frac{600}{1800} \Rightarrow \frac{\overline{GF}}{1980} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3 \cdot \overline{GF} = 1980 \Rightarrow \overline{GF} = 660 \text{ m}$$

ATIVIDADES PROPOSTAS

01 Aplicando a proporção, tem-se:

$$a) \frac{8}{x} = \frac{10}{35} \Rightarrow \frac{8}{x} = \frac{2}{7} \Rightarrow x = 28 \text{ e } y = 8 + 28 = 36$$

$$b) \frac{y}{33} = \frac{14}{14+8} \Rightarrow \frac{y}{33} = \frac{14}{22} \Rightarrow \frac{y}{3} = \frac{14}{2} \Rightarrow \frac{y}{3} = 7 \Rightarrow y = 21$$

$$x = 33 - y = 33 - 21 = 12$$

$$c) \frac{9}{6} = \frac{6}{y} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{6}{y} \Rightarrow y = 4 \text{ (por razões equivalentes)}$$

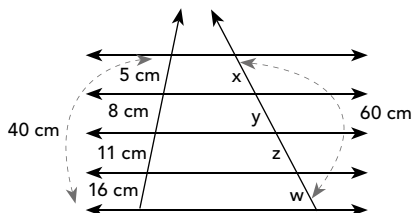
$$\text{Atenção: } \frac{y}{8} = \frac{6}{x} \Rightarrow \frac{4}{8} = \frac{6}{x} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = 12$$

02 Aplicando as proporções:

$$\frac{5}{20} = \frac{x}{60} \Rightarrow x = 15 \text{ cm}; \quad \frac{6}{20} = \frac{y}{60} \Rightarrow y = 18 \text{ cm}$$

$$z = 60 - (x + y) = 60 - (15 + 18) = 60 - 33 = 27 \text{ cm}$$

03 Observe o desenho.



Aplicando as proporções:

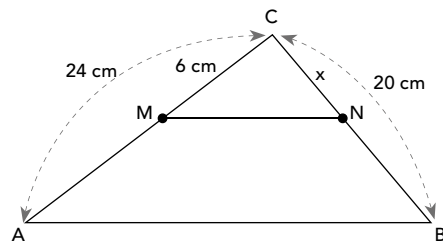
$$\frac{5}{40} = \frac{x}{60} \Rightarrow 4x = 30 \Rightarrow x = 7,5 \text{ cm}$$

$$\frac{8}{40} = \frac{y}{60} \Rightarrow y = 12 \text{ cm}$$

$$\frac{11}{40} = \frac{z}{60} \Rightarrow z = \frac{66}{4} = 16,5 \text{ cm}$$

$$w = 60 - (x + y + z) = 60 - 36 = 24 \text{ cm}$$

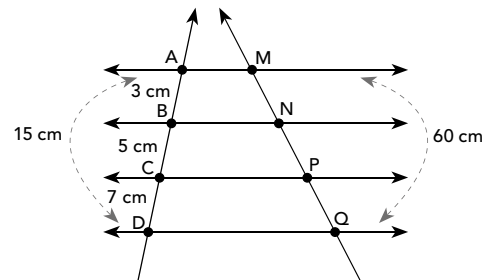
04 Observe o desenho.



De acordo com o desenho e aplicando proporção, tem-se:

$$\times 4 \left(\frac{6}{24} = \frac{x}{20} \right) \times 4 \Rightarrow x = 5 \text{ cm (por razões equivalentes)}$$

05



Observe que $\overline{MQ} = 4 \cdot \overline{AD}$. É possível concluir, então, que:

$$\overline{MN} = 4 \cdot \overline{AB} = 4 \cdot 3 = 12 \text{ cm}$$

$$\overline{NP} = 4 \cdot \overline{BC} = 4 \cdot 5 = 20 \text{ cm}$$

$$\overline{PQ} = 4 \cdot \overline{CD} = 4 \cdot 7 = 28 \text{ cm}$$

06 A

$$\frac{a}{18} = \frac{b}{24} = \frac{c}{33} = \frac{a+b+c}{18+24+33} \Rightarrow \frac{a}{18} = \frac{b}{24} = \frac{c}{33} = \frac{100}{75} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{a}{18} = \frac{4}{3} \Rightarrow a = 24$$

$$\frac{b}{24} = \frac{4}{3} \Rightarrow b = 32$$

$$\frac{c}{33} = \frac{4}{3} \Rightarrow c = 44$$

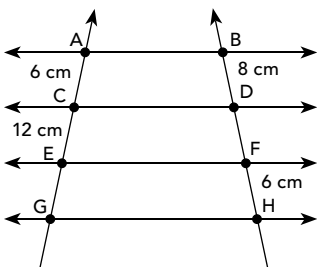
07 Aplicando a proporção do Teorema de Tales nos triângulos, tem-se:

a) $\frac{2}{3} = \frac{5}{x} \Rightarrow 2x = 5 \cdot 3 \Rightarrow 2x = 15 \Rightarrow x = \frac{15}{2} = 7,5$

b) $\frac{x}{6} = \frac{10}{4} \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{5}{2} \Rightarrow x = 15$ (por razões equivalentes)

c) $\frac{x+2}{x+5} = \frac{4}{x+2} \Rightarrow (x+2)^2 = 4 \cdot (x+5) \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 4x + 20 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$

08 Observando o desenho e aplicando a proporção, tem-se:



$\frac{6}{12} = \frac{8}{DF} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{8}{DF} \Rightarrow DF = 16$ cm

$\frac{12}{EG} = \frac{16}{6} \Rightarrow \frac{3}{EG} = \frac{4}{6} \Rightarrow \frac{3}{EG} = \frac{2}{3} \Rightarrow EG = 4,5$ cm

09 Chamando a altura da árvore de x e aplicando o Teorema de Tales, tem-se:

$\frac{1,70}{2,2} = \frac{x}{9,9} \Rightarrow \frac{1,70}{22} = \frac{x}{99} \Rightarrow \frac{1,70}{2} = \frac{x}{9} \Rightarrow 0,85 = \frac{x}{9} \Rightarrow x = 7,65$ m

10 B

$\frac{30}{x+2} = \frac{24}{56-24} \Rightarrow 24 \cdot (x+2) = 30 \cdot 32 \Rightarrow 4 \cdot (x+2) = 5 \cdot 32$

$4x + 8 = 160 \Rightarrow 4x = 152 \Rightarrow x = \frac{152}{4} \Rightarrow x = 38$ m

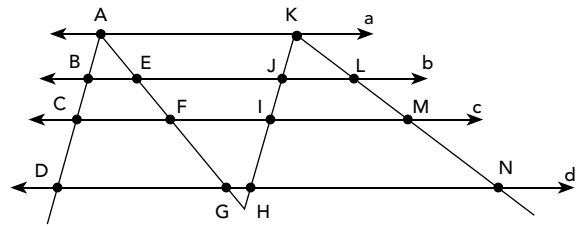
MERGULHANDO FUNDO

01 Aplicando o Teorema de Tales nos triângulos, tem-se:

$\frac{AD}{DE} = \frac{AB}{BC} = \frac{GF}{FC} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{GF}{27} \Rightarrow GF = 12$ cm

Logo, $\overline{GC} = 12 + 27 = 39$ cm

02



\overline{AB} , \overline{BC} e \overline{CD} são proporcionais a 2, 3 e 4, isto é, \overline{AB} , \overline{BC} e \overline{CD} são da forma $2k$, $3k$ e $4k$, respectivamente. Tem-se:

I. $\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{\overline{AE}}{2k} = \frac{3}{2} \Rightarrow \overline{AE} = 3k$

$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EF}} \Rightarrow \frac{2k}{3k} = \frac{3k}{\overline{EF}} \Rightarrow \overline{EF} = \frac{9}{2}k$

$\frac{\overline{BC}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{FG}} \Rightarrow \frac{3k}{4k} = \frac{\frac{9}{2}k}{\overline{FG}} \Rightarrow \overline{FG} = 6k$

$\frac{\overline{JK}}{\overline{AB}} = \frac{9}{5} \Rightarrow \frac{\overline{JK}}{2k} = \frac{9}{5} \Rightarrow \overline{JK} = \frac{18}{5}k$

II. Analogamente, tem-se:

$\overline{JI} = \frac{27}{5}k$; $\overline{IH} = \frac{36}{5}k$;

$\overline{KL} = \frac{27}{5}k$; $\overline{LM} = \frac{81}{10}k$; e $\overline{MN} = \frac{54}{5}k$

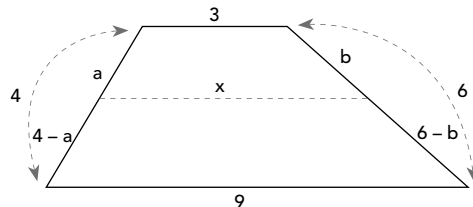
III. $\overline{AD} + \overline{AG} + \overline{HK} + \overline{KN} = 180 \Rightarrow$

$\left(2 + 3 + 4 + 3 + \frac{9}{2} + 6 + \frac{36}{5} + \frac{27}{5} + \frac{18}{5} + \frac{27}{5} + \frac{81}{10} + \frac{54}{5}\right)k = 180$

$\Rightarrow k = \frac{20}{7}$

IV. $k = \frac{20}{7} \Rightarrow \left(\overline{EF} = \frac{90}{7}$ cm, $\overline{LM} = \frac{162}{7}$ cm; $\overline{CD} = \frac{80}{7}$ cm)

03 Observe o desenho.



Aplicando o Teorema de Tales, tem-se: $\frac{a}{4-a} = \frac{b}{6-b}$

Comparando os perímetros:

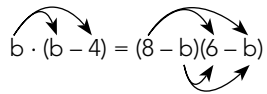
$3 + a + x + b = 4 - a + x + 9 + 6 - b \Rightarrow 2a + 2b = 19 - 3$

$2a + 2b = 16$ (dividindo ambos os membros por 2)

$a + b = 8 \Rightarrow a = 8 - b$

Substituindo na proporção, obtém-se:

$$\frac{8-b}{4-(8-b)} = \frac{b}{6-b} \Rightarrow \frac{8-b}{b-4} = \frac{b}{6-b} \Rightarrow$$

$$b \cdot (b-4) = (8-b)(6-b)$$


$$\cancel{b} \cdot 4b = 48 - 14b + \cancel{b} \Rightarrow 10b = 48 \Rightarrow b = 4,8$$

$$\text{Razão: } \frac{b}{6-b} = \frac{4,8}{6-4,8} = \frac{4,8}{1,2} = 4$$

04 B

Se **a** é o menor primo, então $a = 2$.

Assim, $b = 150\% \cdot a = 1,5 \cdot 2 = 3$.

Aplicando o Teorema de Tales na figura, tem-se:

$$\frac{x-2}{2} = \frac{x}{3} \Rightarrow 2x = 3x - 6 \Rightarrow x = 6$$