Resoluções

Capítulo 4

Progressão geométrica II

ATIVIDADES PARA SALA

01 **D**

Os números das árvores plantadas em cada aniversário da criança formarão uma P.G. de razão 2.

(2, 4, 8, 16, 32, 64...)

Calculando a soma dos cinco primeiros termos dessa P.G., tem-se

$$S = \frac{2\,(2^5 - 1)}{2 - 1} = 62$$

Portanto, foram plantadas 62 árvores.

02 $256 = 2 \cdot q^{n-1} \Rightarrow q^{n-1} = 128 \Rightarrow q^n = 128q$

$$510 = \frac{2 \cdot (q^n - 1)}{q - 1} \Rightarrow 255 = \frac{128q - 1}{q - 1} \Rightarrow$$

$$255q - 255 = 128q - 1 \Rightarrow 127q = 254 \Rightarrow q = 2$$

03 Partindo da informação de que no 1º ano foram vendidos **x** sorvetes, obtém-se a seguinte sequência (x, 2x, 4x, 8x, 16x), que corresponde a uma P.G. de razão q = 2. Então:

$$x + 2x + 4x + 8x + 16x = 74\,400 \Rightarrow x = \frac{74\,400}{31} \Rightarrow x = 2400$$

Assim, no 2º ano, foram vendidos $2 \cdot 2400 = 4800$ sorvetes.

04 **A**

Observando que o 1º membro da equação é uma P.G. infinita de razão $q = \frac{1}{3}$, tem-se:

$$\frac{a_1}{1 - q} = 6 \Rightarrow \frac{(x-1)^2}{1 - \frac{1}{3}} = 6 \Rightarrow (x-1)^2 = 6 \cdot \frac{2}{3} \Rightarrow (x-1)^2 = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x - 1 = \pm 2 \Rightarrow x = 1 \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + 2 = 3 \\ \text{ou} \\ x = 1 - 2 = -1 \end{cases}$$

Logo, S = {–1, 3}.

05 **C**

Os comprimentos das ramificações, em metros, constituem a progressão geométrica

$$\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \ldots\right),$$

cujo primeiro termo é 1 e a razão vale $\frac{1}{2}$.

Deseja-se calcular a soma dos dez primeiros termos dessa sequência, ou seja,

$$S_{10} = a_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = 1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1 - \frac{1}{2^{10}}}{\frac{1}{2}} = 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2^{10}}\right)$$

ATIVIDADES PROPOSTAS

01 $S_8 = \frac{1 \cdot (3^8 - 1)}{3 - 1} = \frac{6\,560}{2} = 3\,280 \text{ km}^2$

02 $$\frac{\frac{2 \cdot (2^{10} - 1)}{2 - 1}}{\frac{4 \cdot (4^5 - 1)}{4 - 1}} = \frac{\cancel{2}\,\cancel{(2^{10} - 1)}}{1} \cdot \frac{3}{\cancel{2}^2\,\cancel{(2^{10} - 1)}} = \frac{3}{2}$$

03 $$\frac{a_1\,\cancel{(4^{10} - 1)}}{4 - 1} = \frac{\cancel{2^{20} - 1}}{6} \Rightarrow a_1 = \frac{1}{2}$$

$$a_5 = \frac{1}{2} \cdot 4^4 = 128$$

04 $$S_{20} = 1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \ldots = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \ldots = \frac{1 \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{20}\right]}{1 - \frac{1}{4}} =$$

$$= \frac{4}{3}\left(1 - \frac{1}{2^{40}}\right)$$

05 **E**

$$S_{50} = \frac{1 \cdot (2^{50} - 1)}{2 - 1} = 2^{50} - 1$$

06 Considerando 2015 = a_6, tem-se:

$$S_6 = \frac{1000 \cdot (3^6 - 1)}{3 - 1} = \frac{1000 \cdot 728}{2} = 364\,000 \text{ ovos}$$

07 **B**

	1º ano	**2º ano**	**3º ano .... 20º ano**
Ratos	20x	40x	80x
Humanos	x 2x		

Ratos

$a_1 = 20x \qquad a_{20} = 20x \cdot 2^{20-1} \qquad \dfrac{20\cancel{x} \cdot 2^{19}}{2\cancel{x}} = 10 \cdot 2^{19}$

$q = 2 \qquad a_{20} = 20x \cdot 2^{19}$

08 $\dfrac{\dfrac{x-1}{5}}{1-\left(-\dfrac{1}{5}\right)} = 6 \Rightarrow \dfrac{\dfrac{x-1}{\cancel{5}}}{\dfrac{6}{\cancel{5}}} = 6 \Rightarrow x-1 = 36 \Rightarrow x = 37$

09 **C**

Sendo **h** a altura máxima atingida pela bola, deve-se ter

$$\underset{\text{Desce}}{h} + \underset{\text{Sobe}}{\frac{2}{3}h} + \underset{\text{Desce}}{\frac{2}{3}h} + \underset{\text{Sobe}}{\left(\frac{2}{3}\right)^2 h} + \underset{\text{Desce}}{\left(\frac{2}{3}\right)^2 h} + \ldots = 23{,}7$$

$$\underbrace{\left[h + \frac{2}{3}h + \left(\frac{2}{3}\right)^2 h + \ldots\right]}_{\text{Descendo}} + \underbrace{\left[\frac{2}{3}h + \left(\frac{2}{3}\right)^2 h + \left(\frac{2}{3}\right)^3 h + \ldots\right]}_{\text{Subindo}} = 23{,}7$$

$$\frac{h}{1-\frac{2}{3}} + \frac{\frac{2}{3}h}{1-\frac{2}{3}} = 23{,}7 \Rightarrow 3h + 2h = 23{,}7 \Rightarrow 5h = 23{,}7 \Rightarrow h = 4{,}74 \text{ m}$$

10 $h + \dfrac{3h}{4} + \dfrac{3h}{4} + \dfrac{9h}{16} + \dfrac{9h}{16} + \ldots =$

$$\left(h + \frac{3h}{4} + \frac{9h}{16} + \ldots\right) + \left(\frac{3h}{4} + \frac{9h}{16} + \ldots\right) = \frac{h}{1-\frac{3}{4}} + \frac{\frac{3h}{4}}{1-\frac{3}{4}}$$

$$\frac{h}{\frac{1}{4}} + \frac{\frac{3h}{\cancel{4}}}{\frac{1}{\cancel{4}}} = 4h + 3h = 7h$$