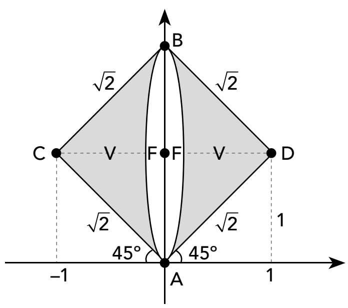
Módulo 1 Geometria Plana I

Atividades para sala

01 C

Com base na figura, tem-se:



V,F: áreas

2V + 2F = quadrado

V + 2F = setor de 90° (raio = $\sqrt{2}$)

Então:

$$\begin{cases} 2V + 2F = (\sqrt{2})^2 = 2 \quad \text{(I)} \\ V + 2F = \dfrac{\pi \cdot (\sqrt{2})^2}{4} = \dfrac{\pi}{2} \quad \text{(II)} \end{cases}$$

Fazendo (I) – (II), encontra-se:

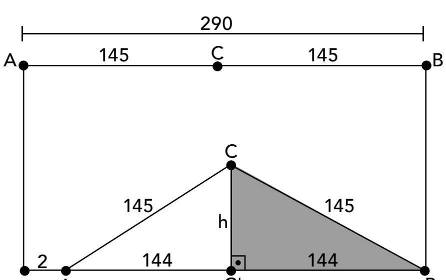
$$V = 2 - \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2V = (4 - \pi)\ \text{cm}^2$$

Logo:

Área (sombreada) = $(4 - \pi)$ cm^2

02 D

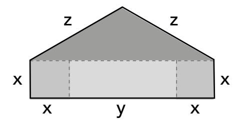
Considerando a ilustração a seguir e os dados apresentados, obtém-se:



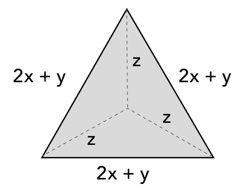
Pelo Teorema de Pitágoras: $145^2 = 144^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 289 \Rightarrow h = 17$ cm. Portanto, na nova configuração, o ponto C ficou a 17 cm do chão.

03 A

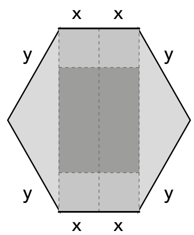
Do enunciado, tem-se:



Perímetro: $4x + y + 2z = 200$



Perímetro: $6x + 3y = 234$



Perímetro: $4x + 4z = 4 \cdot (x + z)$

$$\begin{cases} 4x + y + 2z = 200 \quad \text{(I)} \\ 6x + 3y = 234 \quad \text{(II)} \end{cases}$$

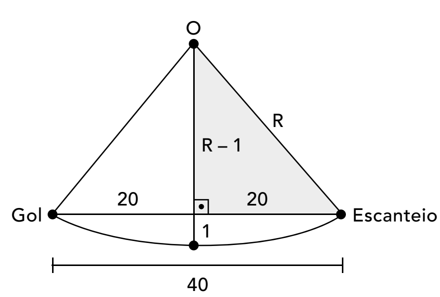
Fazendo (II) – 3(I):

$(6x + 3y) - 3(4x + y + 2z) = 234 - 600$

$-6x - 6z = -366 \Rightarrow x + z = 61$

Logo, o perímetro da figura 3 é dado por: $4 \cdot (x + z) = 244$ cm

04 E



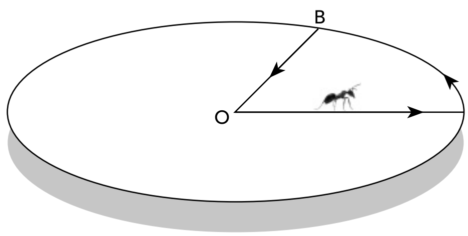
Aplicando Pitágoras no triângulo destacado, encontra-se:

$R^2 = (R - 1)^2 + 20^2$

$R^2 = R^2 - 2R + 1 + 400$

$2R = 401 \Rightarrow R = 200{,}5$ m.

05 **B**



- De O até A, a distância da formiga ao centro aumenta com o passar do tempo.
- De A até B, a distância da formiga ao centro permanece constante, com o passar do tempo.
- De B até O, com o passar do tempo, a distância da formiga ao centro se aproxima de zero.

Portanto, na alternativa B, tem-se a melhor representação.

06 **B**

- Comprimento inicial: $2\pi R = 8$;
- Comprimento final: $2\pi R' = 14$.

Fazendo a diferença, obtém-se:

$2\pi R' - 2\pi R = 6$

$2\pi(R' - R) = 6$

Logo, $R' - R = \dfrac{6}{2\pi} = \dfrac{3}{\pi}$ cm

Atividades propostas

01 **E**

$\text{Área}_{\text{inicial}} = 30 \cdot 15 = 450\ \text{cm}^2$

$\text{Área}_{\text{final}} = \left(\dfrac{80}{100}\cdot 30\right)\cdot\left(\dfrac{80}{100}\cdot 15\right) = 288\ \text{cm}^2$

Logo, o percentual de redução é igual a:

$\dfrac{450-288}{450} = 0{,}36 = 36\%$

02 **B**

Figura 1 $\rightarrow A_1 = \ell^2$, (área)

Figura 2 $\rightarrow A_2 = \ell^2 + 3\cdot\left(\dfrac{\ell}{3}\right)^2 = \ell^2\cdot\left(1+\dfrac{1}{3}\right)$, (área)

Figura 3 $\rightarrow A_3 = \ell^2 + 3\cdot\left(\dfrac{\ell}{3}\right)^2 + 9\cdot\left(\dfrac{\ell}{9}\right)^2 = \ell^2\cdot\left(1+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{9}\right)$, (área)

$\vdots$

Figura 8 $\rightarrow A_8 = \ell^2\cdot\underbrace{\left(1\cdot\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{9}+\ldots+\dfrac{1}{3^7}\right)}_{\text{Aproximadamente 1,5}}$, (área)

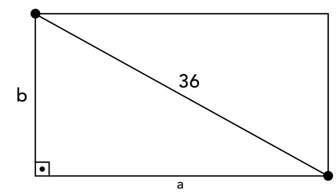
Observe que:

$$\begin{pmatrix} \dfrac{1}{3} = 0{,}333\ldots \\ \dfrac{1}{9} = 0{,}111\ldots \\ \dfrac{1}{27} = 0{,}037037\ldots \end{pmatrix}$$

Então

$A_8 \cong \dfrac{3}{2}\ell^2 \cong 37{,}5\ \text{cm}^2$

03 **E**



$\begin{cases} a^2 + b^2 = 36^2, \text{ a e b em polegadas} \\ \dfrac{a}{b} = \dfrac{16}{9} \Rightarrow a = 16k \text{ e } b = 9k \end{cases}$

Substituindo, encontra-se:

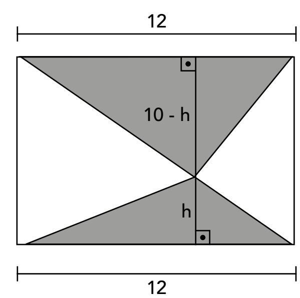
$256k^2 + 81k^2 = 36^2 \Rightarrow k^2 = \dfrac{36^2}{337}$

$k = \dfrac{36}{\sqrt{337}} = \dfrac{36}{18} = 2 \Rightarrow a = 32 \text{ e } b = 18$

Logo: $\text{Área}_{(\text{tela})} = (32 \cdot 2{,}5)\cdot(18 \cdot 2{,}5)\ \text{cm}^2 = 3\,600\ \text{cm}^2$

04 **B**

A partir da ilustração dada, tem-se:



Área do quadrilátero montado = Área destacada = A

Daí: $A = \dfrac{12\cdot h}{2} + \dfrac{12\cdot(10-h)}{2} = \dfrac{12\cdot 10}{2} = 60\ \text{cm}^2$

05 **D**

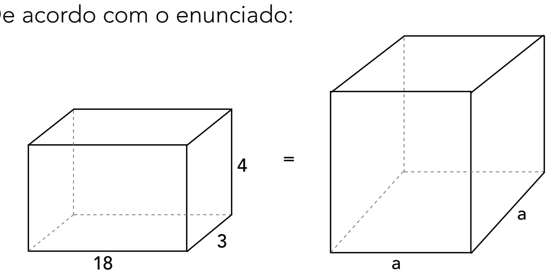
De acordo com o enunciado, tem-se:

- V_E: Volume do cubo externo (aresta = 12);
- V_I: Volume do cubo interno (aresta = 8).

Volume (desejado) $= V_E - V_I = 12^3 - 8^3 = 1\,216\ \text{cm}^3$

06 **B**

De acordo com o enunciado:

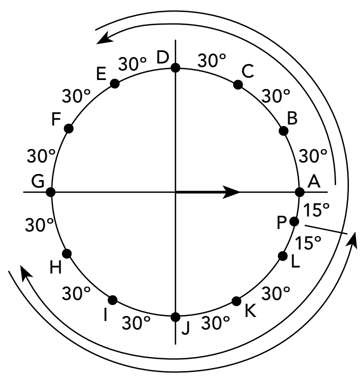


Então:
$18 \cdot 3 \cdot 4 = a \cdot a \cdot a = a^3 = 216$
Logo:
$a = 6$ cm

07 **C**

Sabe-se que:
$S = \alpha \cdot r$
S: comprimento linear do arco
r: medida do raio
α: comprimento angular do arco (em radianos)
Então:
$1\,200 = \alpha \cdot 2\,000 \Rightarrow \alpha = 0{,}60$ rad

08 **A**



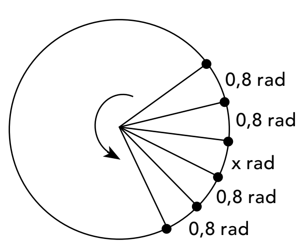
I. $\dfrac{2\pi}{3}\text{rad} = 120°$ (anti-horário) $\rightarrow$ seta apontando para a letra E.

II. $\dfrac{3\pi}{2}\text{rad} = 270°$ (horário) $\rightarrow$ seta apontando para a letra H.

III. $\dfrac{3\pi}{4}\text{rad} = 135°$ (anti-horário) $\rightarrow$ seta apontando para o ponto médio do arco $\overset{\frown}{LA}$.

09 **C**

$n \cdot 0{,}8 + x = 2\pi$
$x = 2\pi - n \cdot 0{,}8 > 0$
Então:
$n > 7{,}85 \Rightarrow n_{máx.} = 7$
Logo:
$x = 2\pi - 5{,}6 = 0{,}68$ rad



10 **A**

Comprimento do CD $\Rightarrow C = 2\pi r_1 \Rightarrow r_1 = \dfrac{C}{2\pi}$

Com o aumento de 1 m no comprimento C, tem-se:

$C + 1 = 2\pi r_2 \Rightarrow r_2 = \dfrac{C+1}{2\pi}$

Então:

$x = r_2 - r_1 = \dfrac{C+1}{2\pi} - \dfrac{C}{2\pi} \Rightarrow x = \dfrac{1}{2\pi}$

Analogicamente, $y = \dfrac{1}{2\pi}$.

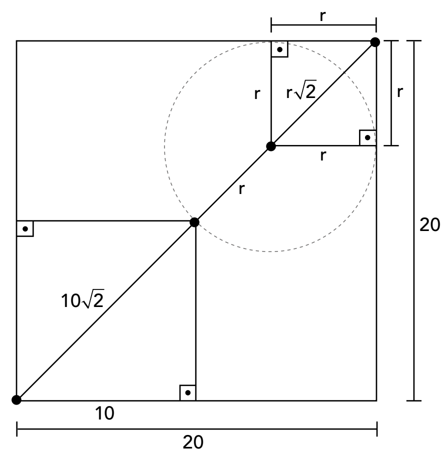
Logo:

$x + y = \dfrac{1}{2\pi} + \dfrac{1}{2\pi}$

$x + y = \dfrac{1}{\pi}$

$x + y = \pi^{-1}$

11 **D**



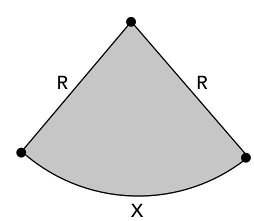
$10\sqrt{2} + r + r\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$

$r(\sqrt{2} + 1) = 10\sqrt{2}$

$r = 10\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)$

Logo:
$\text{Área}_{(\text{piscina})} = \pi r^2 = 200\pi \cdot (3 - 2\sqrt{2})\ \text{m}^2$

12 **E**

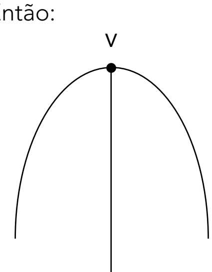


$$\begin{cases} A = \dfrac{X \cdot R}{2} \text{ (área do setor)} \\ X + R + R = 100 \text{ (perímetro)} \Rightarrow X = 100 - 2R \end{cases}$$

Substituindo, tem-se:

$A = \dfrac{(100 - 2R) \cdot R}{2} = -R^2 + 50R$ (parábola)

Então:



$x_V = \dfrac{-b}{2a} \Rightarrow R = \dfrac{-50}{-2} = 25$ m